

Übung zur Vorlesung - Theorien Psychometrischer Tests II

N. Rose

2. Übung (20.11.2008)



- **Agenda**
 - Logit?!
 - 2 Grundannahmen des Raschmodells
 - Antwortmusterwahrscheinlichkeiten
 - Rasch-Modell
 - Eindeutigkeit
 - zulässige Transformationen
 - Bedeutsamkeit (bedeutsame Aussagen)
 - Testbarkeit
 - Schätzbarkeit

Parameter im Rasch-Modell

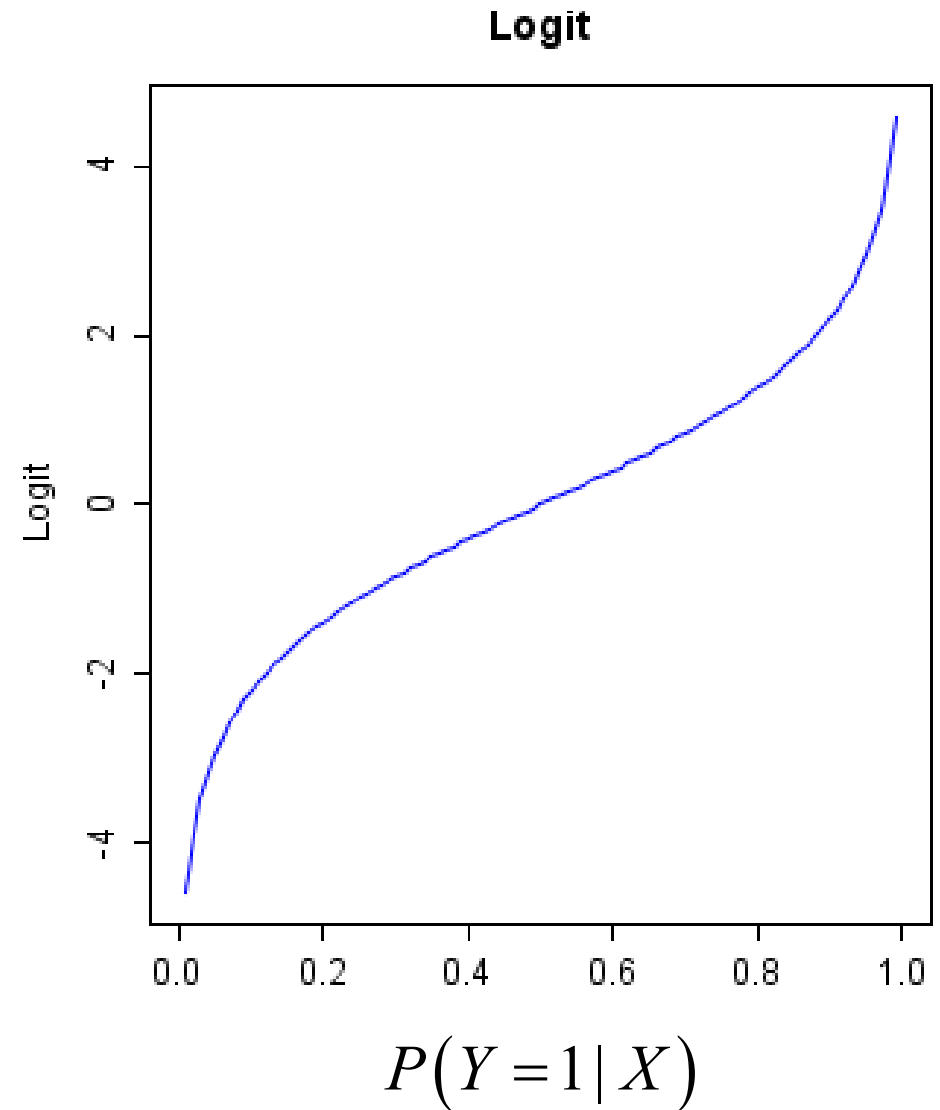
- Was ist der **Logit**?

→ logarithmiertes
Chancenverhältnis

$$\ln\left(\frac{P(A)}{1-P(A)}\right)$$

$$\ln\left(\frac{P(Y=1|X)}{P(Y=0|X)}\right) = \alpha_0 + \alpha_1 X$$

graphische Darstellung des Logit →



Parameter im Rasch-Modell

- Was besagt die **Itemschwierigkeit**?
 - ➔ Die Itemschwierigkeit gibt an, an welcher „Stelle“ (für welchen Wert) der latenten Personenvariable die Lösungswahrscheinlichkeit den Wert 0.5 annimmt.
- Erläutern Sie was gemeint ist mit der Aussage, dass die **Diskriminationsfähigkeit** eines Items an der Stelle der Itemschwierigkeit am höchsten ist.
 - ➔ Je mehr die Werte von ξ mit der Itemschwierigkeit β_i , übereinstimmen, je größer sind die zu erwartenden Unterschiede bzgl. des manifesten Antwortverhaltens.

Parameter im Rasch-Modell

- Was besagt der **Personenparameter** im Rasch-Modell?
 - ➔ Streng genommen, ist die latente Personenvariable im Rasch-Modell eine Funktion der personenbedingten Lösungswahrscheinlichkeit und somit eine Funktion der Personenvariable U .

$$\xi = \ln \left(\frac{P(Y_i = 1 | U)}{1 - P(Y_i = 1 | U)} \right) + \beta_i \quad \Rightarrow \quad \xi = f(U)$$

- ➔ Inwiefern die *konstruierte* Variable im Modell das Personenmerkmal reflektiert, welches intendiert ist zu messen, ist eine Frage der *Validität*!

2 Grundannahmen des Rasch-Modells

- Welches sind die 2 Grundannahmen des Rasch-Modells
 1. Annahme der Rasch-Homogenität
 2. Annahme der lokalen stochastischen Unabhängigkeit

1. Annahme der Rasch-Homogenität

$$P(Y_i = 1 | \xi) = \frac{\exp(\xi - \beta_i)}{1 + \exp(\xi - \beta_i)}, \quad \text{für alle Variablen } Y_i$$

2. Annahme der lokalen stochastischen Unabhängigkeit

$$P(Y_i = 1 | U, Y_1, Y_2, \dots, Y_i, \dots, Y_M) = P(Y_i = 1 | U)$$

Eindeutigkeit im Rasch-Modell

- Was bedeutet **Eindeutigkeit**?

... Frage der Eindeutigkeit beschäftigt sich damit, inwieweit die theoretischen Größen in einem Messmodell durch die Definitionen dieses Modells bestimmt/festgelegt sind.

- **Eindeutigkeit im Rasch-Modell:**

... ξ und β sind nicht eindeutig bestimmt! Es gibt somit zulässige Transformationen!

Eindeutigkeit im Rasch-Modell

- Was sind **zulässige Transformationen**?

... sind Funktionen der theoretischen Größen eines Messmodells, welche mit der Definition des jeweiligen Modells vereinbar sind!

- **Zulässige Transformationen im Rasch-Modell:**

... *Translationen* von ξ und β sind zulässig!
... ξ und β sind *differenzskaliert*!

Bedeutsamkeit im Rasch-Modell

- Was meint **Bedeutsamkeit** im Rahmen von Messmodellen?

... Frage der Bedeutsamkeit beschäftigt sich mit Aussagen bzgl. der theoretischen Größen in einem Messmodell.

... Solche Aussagen über die theoretischen Größen sind bedeutsam, die unter den zulässigen Transformationen des jeweiligen Modells bzgl. ihres Wahrheitswertes invariant sind!

Bedeutsamkeit im Rasch-Modell

- Bedeutsame Aussagen im Rasch-Modell:
 - Differenzen der Itemschwierigkeiten β_i
 - Differenzen der latenten Variable ξ
 - *Varianzen der latenten Variablen ξ*

Es gelte: $\beta_i' = \beta_i + \alpha$

So folgt:
$$\begin{aligned}\beta_1 - \beta_2 &= \beta_1' - \beta_2' \\ &= (\beta_1 + \alpha) - (\beta_2 + \alpha) \\ &= \cancel{\beta_1 + \alpha} - \cancel{\beta_2 + \alpha} \\ &= \beta_1 - \beta_2\end{aligned}$$