



Strukturgleichungsmodellierung

FoV „Methodenlehre“

FSU-Jena

Dipl.-Psych. Norman Rose



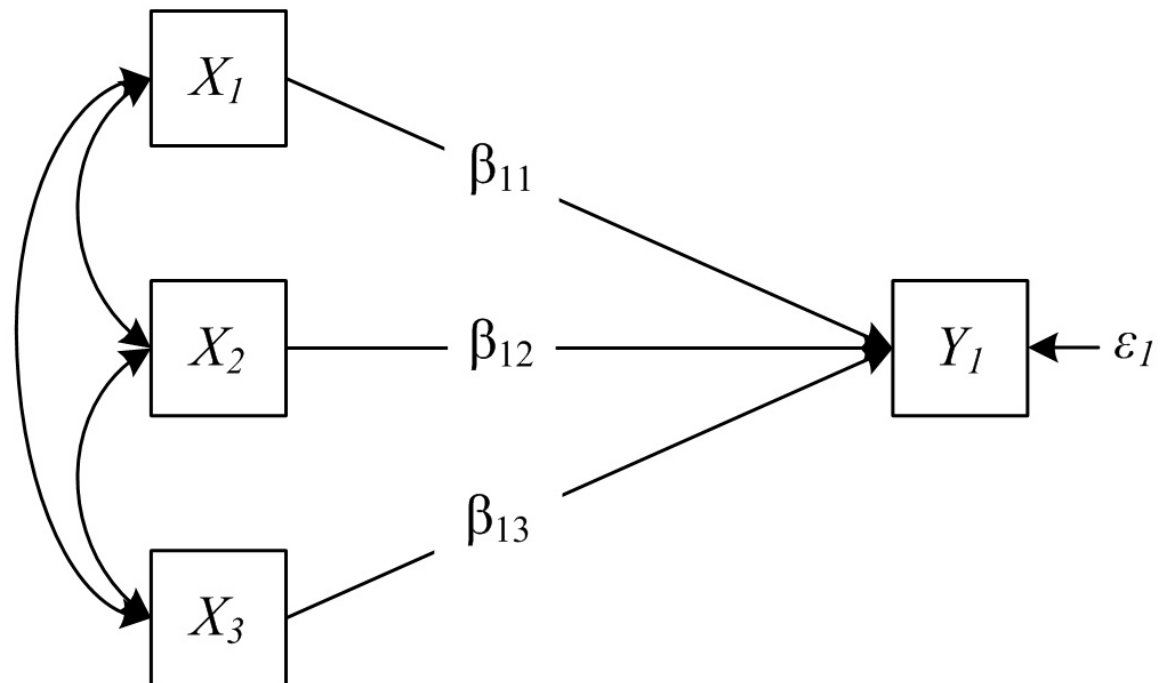
Agenda

- Von der Regression zum Strukturgleichungsmodell
- Pfadanalyse
 - Rekursive vs. Nicht-Rekursive Pfadanalysen
- Effektzerlegung
- Strukturgleichungsmodelle mit latenten Variablen



SEM ohne latente Variablen

- Multiple Regression als Pfadanalysen





SEM ohne latente Variablen

- Multiple Regression als Pfadanalysen
 - Modellgleichung:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon$$

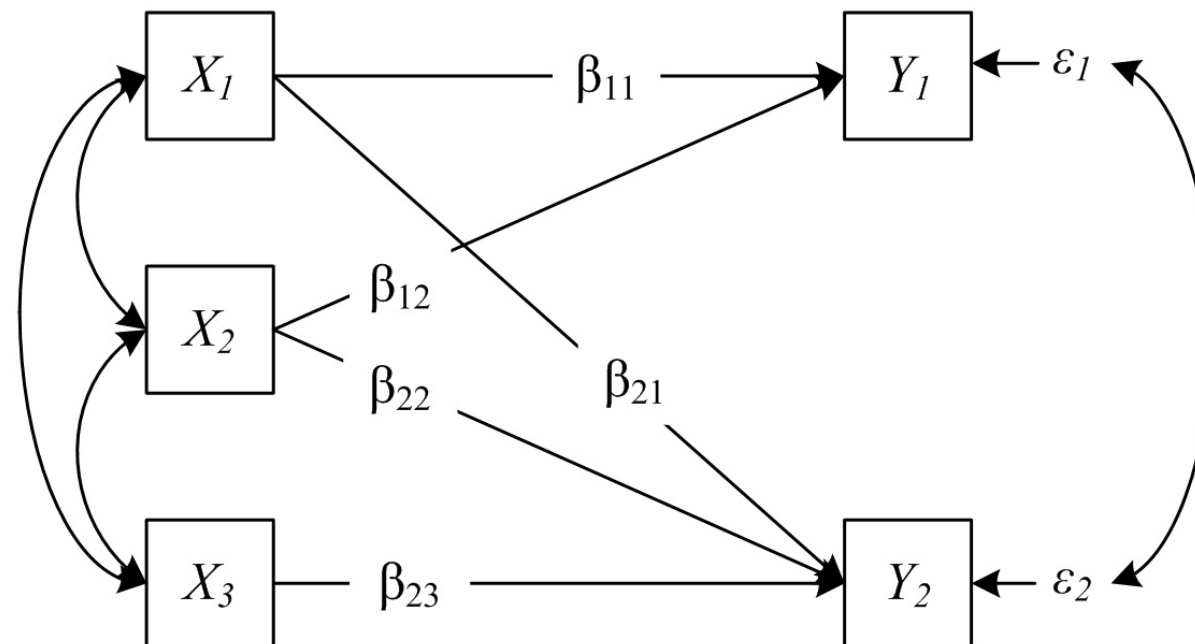
- Als Regressionsgleichung:

$$E(Y | X_1, X_2, X_3) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$



SEM ohne latente Variablen

- Multivariate Regression als Pfadanalysen





SEM ohne latente Variablen

- **Multivariate Regression** als Pfadanalysen
 - Modellgleichung:

$$Y_1 = \beta_{10} + \beta_{11}X_1 + \beta_{12}X_2 + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = \beta_{20} + \beta_{21}X_1 + \beta_{22}X_2 + \beta_{23}X_3 + \varepsilon_2$$

- Als Regressionsgleichung:

$$E(Y_1 | X_1, X_2) = \beta_{10} + \beta_{11}X_1 + \beta_{12}X_2$$

$$E(Y_2 | X_1, X_2, X_3) = \beta_{20} + \beta_{21}X_1 + \beta_{22}X_2 + \beta_{23}X_3$$



SEM ohne latente Variablen

- **Multivariate Regression** als Pfadanalysen
 - Modellgleichung als Matrixgleichung:

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & 0 \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix}$$

- Als Regressionsgleichung in Matrixschreibweise:

$$E(\mathbf{Y} | \mathbf{X}) = \begin{pmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & 0 \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$$



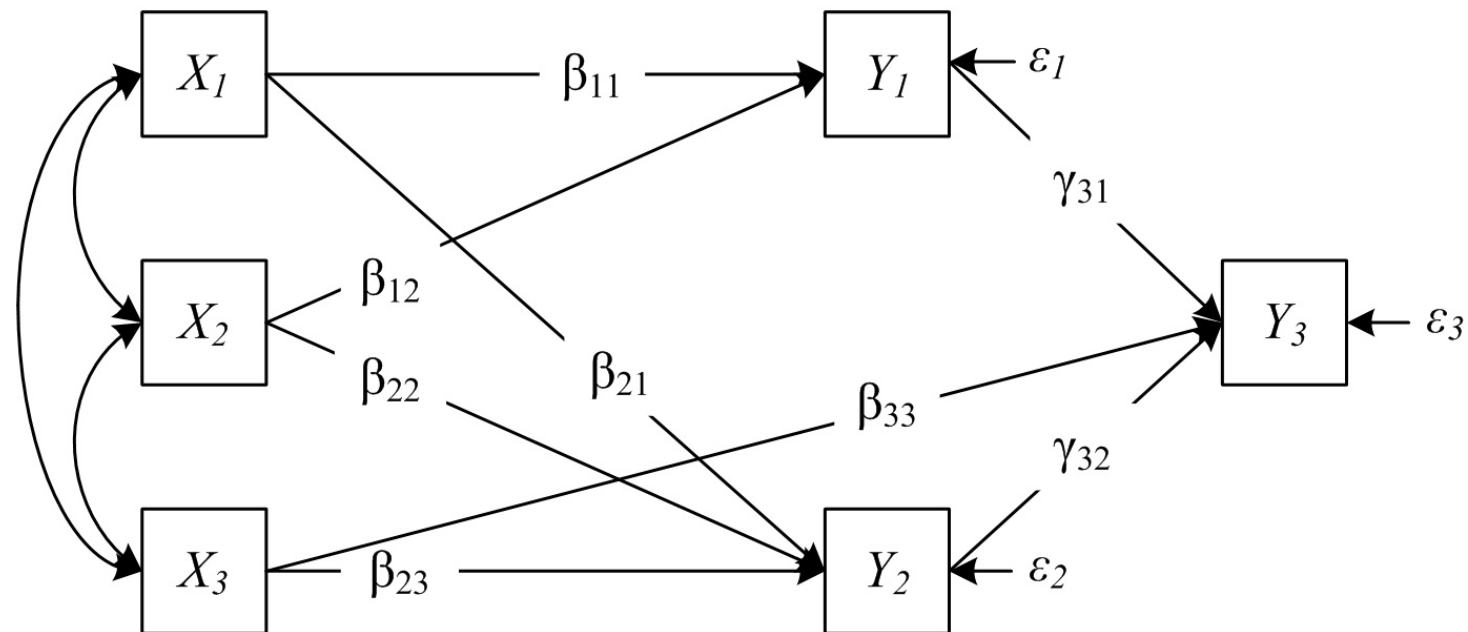
SEM ohne latente Variablen

- Warum eine multivariate Regression und nicht 2 (oder mehrere) multiple Regressionen?
 - Modellierung der Korrelationen der Regressionsresiduen
 - Hypothesen bzgl. der Korrelationen der unabhängigen Variablen
 - Gesamtmodelltest



SEM ohne latente Variablen

- **Multivariate Regression mit Mediation als Pfadanalysen**



Die Variablen Y_1 und Y_2 sind sowohl abhängige als auch unabhängige Variablen!



SEM ohne latente Variablen

- **Multivariate Regression mit Mediation als Pfadanalysen**

- Modellgleichung:

$$Y_1 = \beta_{10} + \beta_{11}X_1 + \beta_{12}X_2 + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = \beta_{20} + \beta_{21}X_1 + \beta_{22}X_2 + \beta_{23}X_3 + \varepsilon_2$$

$$Y_3 = \beta_{30} + \beta_{23}X_3 + \gamma_{31}Y_1 + \gamma_{32}Y_2 + \varepsilon_3$$

- Als Regressionsgleichung:

$$E(Y_1 | X_1, X_2) = \beta_{10} + \beta_{11}X_1 + \beta_{12}X_2$$

$$E(Y_2 | X_1, X_2, X_3) = \beta_{20} + \beta_{21}X_1 + \beta_{22}X_2 + \beta_{23}X_3$$

$$E(Y_3 | X_1, Y_1, Y_2) = \beta_{30} + \beta_{23}X_3 + \gamma_{31}Y_1 + \gamma_{32}Y_2$$



SEM ohne latente Variablen

- **Multivariate Regression** als Pfadanalysen
 - Modellgleichung als Matrixgleichung:

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \\ \beta_{30} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & 0 \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ 0 & 0 & \beta_{33} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix}$$

- Als Regressionsgleichung in Matrixschreibweise:

$$E(\mathbf{Y} \mid \mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \begin{pmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \\ \beta_{30} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & 0 \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ 0 & 0 & \beta_{33} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix}$$



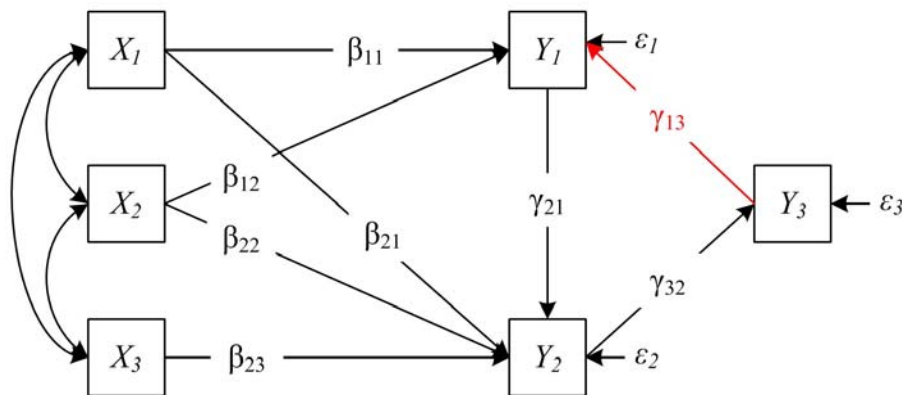
SEM ohne latente Variablen

- Warum eine multivariate Regression und nicht 2 (oder mehrere) multiple Regressionen?
 - Modellierung der Korrelationen der Regressionsresiduen
 - Hypothesen bzgl. der Korrelationen der unabhängigen Variablen
 - Gesamtmodelltest
 - **Variablen können gleichzeitig abhängige als auch unabhängige Variablen in einem Modell sein**
 - ➔ **Mediatormodelle**

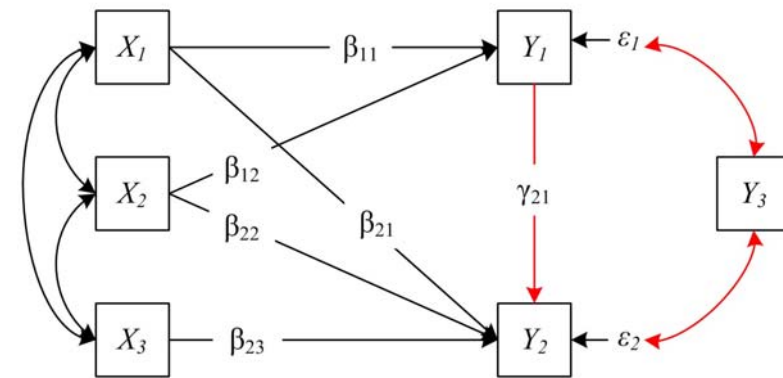


SEM ohne latente Variablen

- Nicht-Rekursive Pfadanalysen:



„Rückwirkung“ Y_1 auf sich selbst →
vermittelt über Y_2 und Y_3

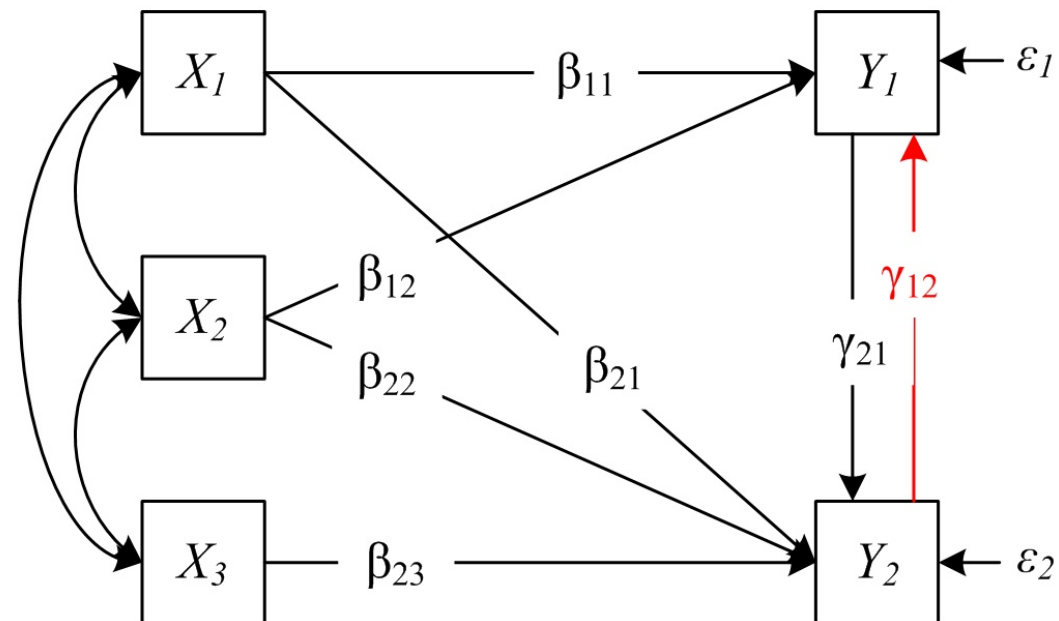


„Rückwirkung“ Y_1 auf sich selbst →
vermittelt über die Kovarianzen
zwischen Y_1 , Y_2 und Y_3



SEM ohne latente Variablen

- Nicht-Rekursive Pfadanalysen:



Bidirektionale Zusammenhänge zwischen Y_1 und Y_2 !



SEM ohne latente Variablen

- **Nicht-Rekursive Pfadmodelle:**

- Modelle bei denen Variablen, vermittelt über Kovarianzen (indirekt) oder über Regressionen (direkt), Varianz an sich selbst erklären.
 - ➔ *indirekte Effekte* einer Variable auf sich selbst!

- **Rekursive Pfadmodelle:**

- Modelle bei denen die regressiven Abhängigkeiten zwischen den Modellvariablen in der Weise gerichtet sind, als keine indirekten Effekte der Variablen auf sich selbst auftreten.
 - ➔ keine *indirekten Effekte* einer Variable auf sich selbst!