

1 Grundlagen

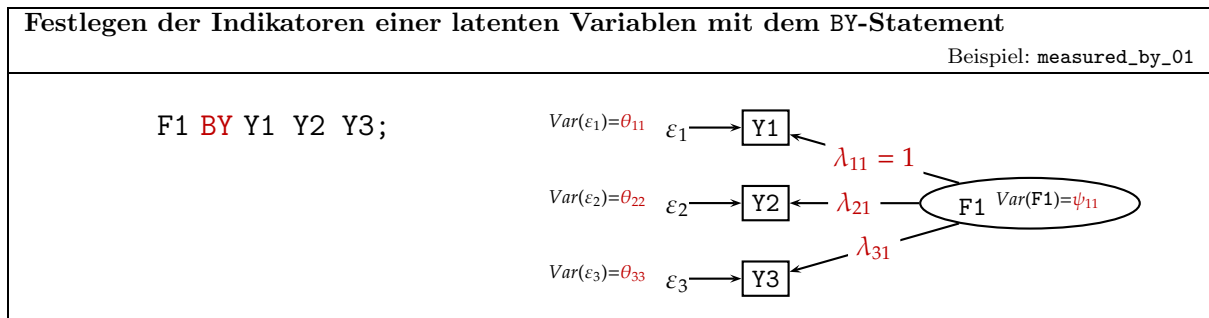
Die Modelldefinition in Mplus geschieht durch ein Textdokument mit einem festgelegten Aufbau (siehe ...). Zwei allgemeine Regeln zu Beginn:

Jede Zeile muss mit einem Semikolon (;) beendet werden.

In jeder Zeile wird der Teil als Kommentar ignoriert, welcher rechts von einem ! steht.

1.1 Definition latenter Variablen

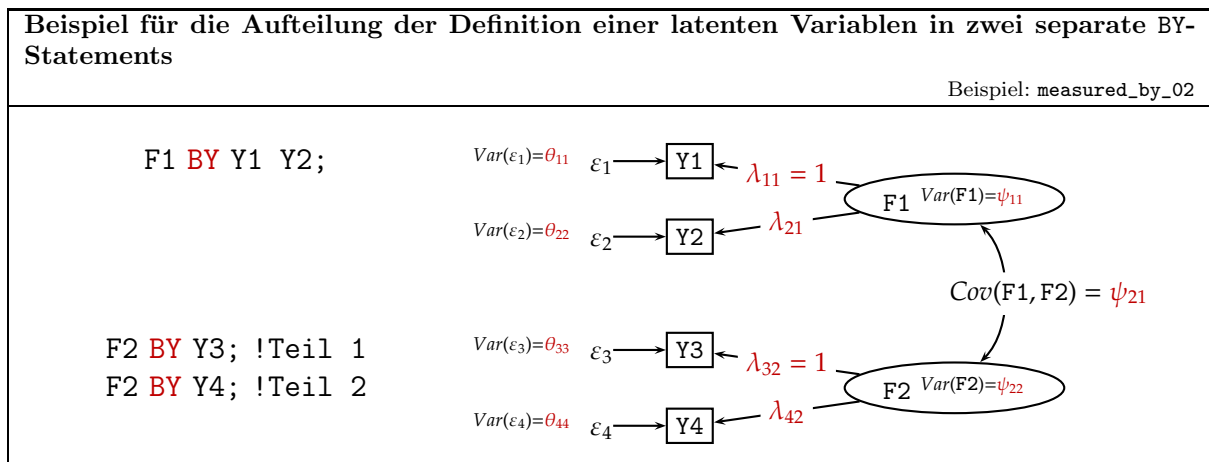
Latente Variablen (Faktoren) werden mit dem BY-Statement definiert. Links von dem BY-Statement steht dabei die zu definierende latente Variable, rechts stehen die Indikatoren (manifeste Variablen / Testwertvariablen).



Man kann diesen Befehl lesen als: F1 is measured by Y1, Y2 and Y3.

Mit der Definition der latenten Variablen über das BY-Statement werden automatisch Residuen der manifesten Variablen (vgl. ϵ_1 , ϵ_2 und ϵ_3) erzeugt, d.h. die Residuen müssen nicht zusätzlich in der Mplus-Syntax angefordert werden.

Es ist unerheblich, ob ein Mplus-Statement im MODEL-Abschnitt der Syntax in einer oder in mehreren Zeilen geschrieben wird. Folgendes Beispiel verdeutlicht diesen Sachverhalt:



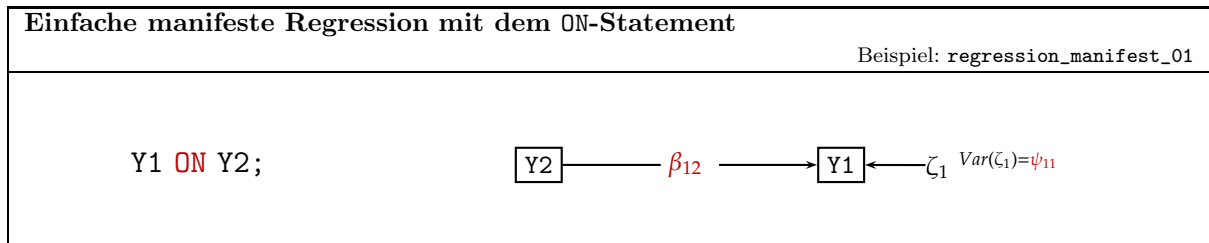
Der erste Faktor (F1) ist als einzelzeilige Syntax geschrieben. Der Zweite Faktor hingegen (F2) wurde in der ersten Zeile (Teil 1) dem Indikator Y3 zugeordnet und in der zweiten Zeilen (Teil 2)

um den Indikator Y4 ergänzt.¹

Die Aufteilung von Syntax auf mehrere Zeilen ist notwendig, da Mplus maximal 80 Zeichen je Zeile verarbeiten kann!²

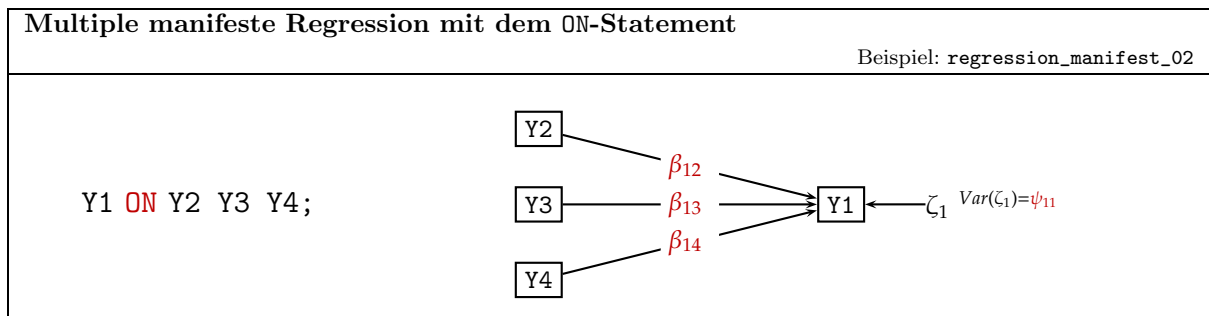
1.2 Definition gerichteter Beziehungen

Gerichtete Abhängigkeiten zwischen Variablen (Regressionen) werden mit dem Schlüsselwort **ON** spezifiziert. Eine manifeste Regression der Variablen Y1 auf Y2 könnte beispielsweise wie folgt dargestellt werden:



Auch diesen Befehl kann man wieder lesen als: Y1 *is regressed on* Y2.

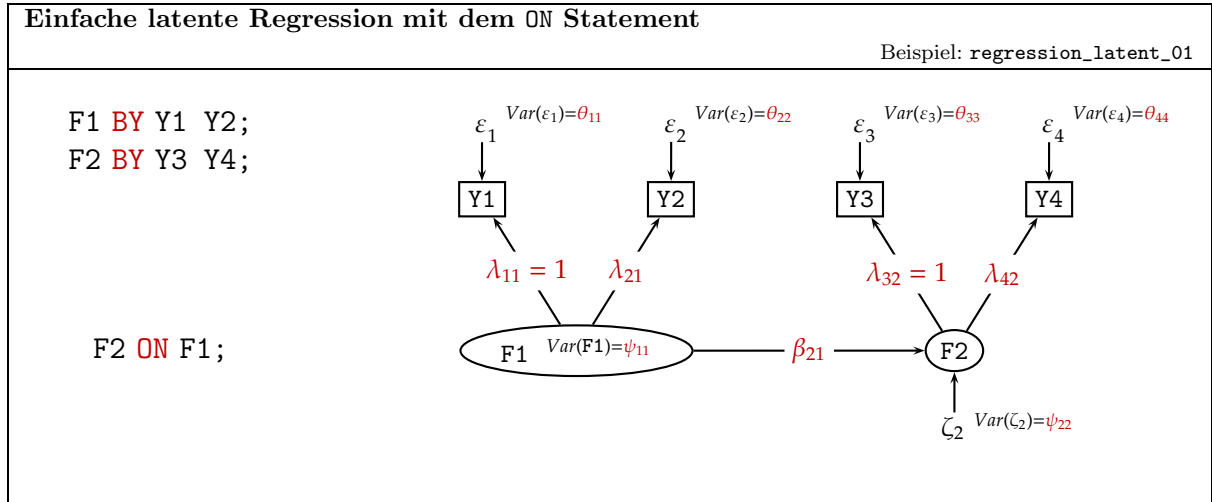
Entsprechendes gilt natürlich auch für mehrere Regressoren. Eine multiple lineare Regression des Regressanden Y1 auf die Regressoren Y2, Y3 und Y4 wird wie folgt spezifiziert:



Analog zu einer manifesten Regression zwischen beobachteten Variablen, kann mit Hilfe des Schlüsselworts **ON** auch eine latente Regression zwischen Faktoren bzw. latenten Variablen definiert werden:

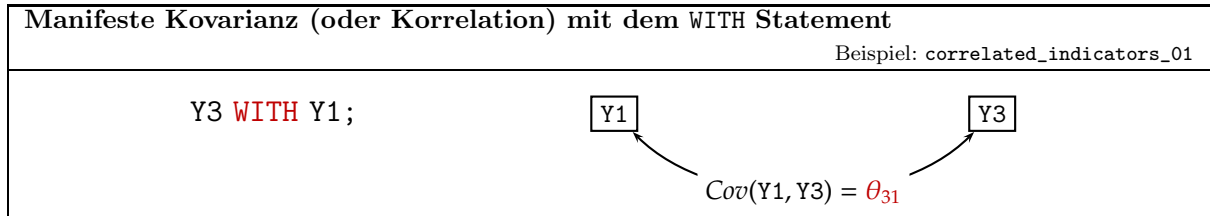
¹Die Ausrufezeichen markieren Kommentare, d.h. die Texte Teil 1 und Teil 2 werden von Mplus als Kommentare ignoriert.

²Zu diesen 80 Zeichen zählen auch Kommentare.



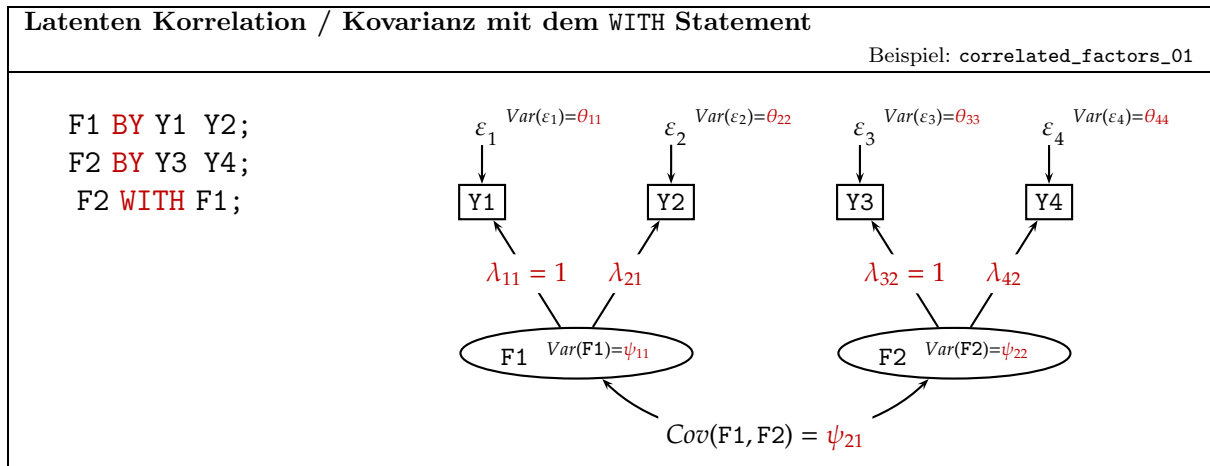
1.3 Definition ungerichteter Beziehungen

Ungerichtete Zusammenhänge (Korrelationen bzw. Kovarianzen) können mit dem WITH-Statement dargestellt werden. Eine Kovarianz zwischen zwei manifesten Variablen wird durch diese Syntax beschrieben:



Dabei ist es unerheblich, ob Y3 WITH Y1 oder Y1 WITH Y3 spezifiziert wird, da es sich ja um einen ungerichteten Zusammenhang (Kovarianz bzw. Korrelation) handelt.

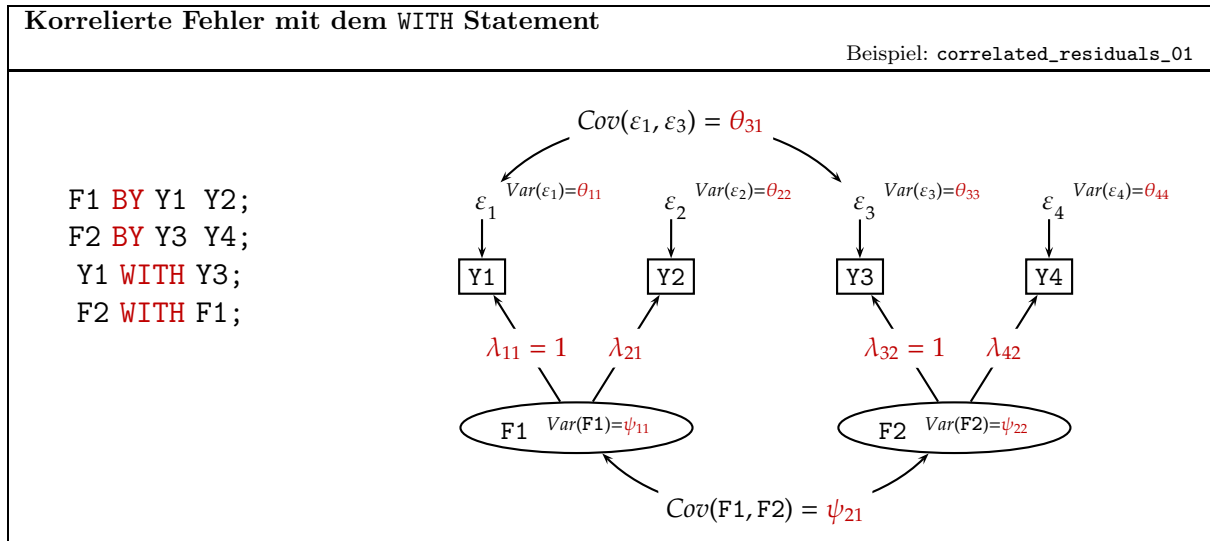
Entsprechend zur manifesten Kovarianz (bzw. Korrelation) kann das WITH Statement auch verwendet werden, um korrelierte latente Variablen zu spezifizieren.



Auch hier ist wieder die umgedrehte Spezifikation möglich, d.h. F1 WITH F2 ist äquivalent zu F2 WITH F1.

Korrelationen zwischen Residuen können auch mit dem WITH-Statement spezifiziert werden:

Sind nämlich die manifesten Variablen Y1 und Y3 abhängige (endogene) Variablen (z.B. weil sie – wie hier dargestellt – Indikatoren für latente Variablen sind), dann bewirkt das Statement Y1 WITH Y3 korrelierte Residuen von Y1 und Y3 (siehe hierzu auch ...)



2 Freisetzen, Fixieren und Gleichsetzen von Parametern

Um ein Strukturgleichungsmodell exakt in `Mplus` zu spezifizieren müssen die in Abschnitt 1 dargestellten grundlegenden Statements ergänzt werden. Diese Ergänzungen betreffen das Freisetzen von zu schätzenden Parametern, das fixieren von Parametern auf vorgegebene Werte (idR. auf 0 oder auf 1) und das Gleichsetzen von Parametern, die dann auf einen gemeinsamen Wert geschätzt werden.

- Ein Parameter ist **fixiert**, wenn für die Berechnung der vom Modell implizierten Varianz-Kovarianz-Matrix immer der festgelegte (fixierte) Wert verwendet wird.
- Ein Parameter ist **freigesetzt**, wenn bei der Schätzung des Modells (siehe ...) der Wert gefunden wird, bei dem die Abweichung der vom Modell implizierten von der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix minimal ist.
- Zwei Parameter sind **gleichgesetzt**, wenn die Parameter geschätzt werden, aber für beide Parameter der gleiche (optimale) Wert bei der Modellschätzung gesucht wird.

Die Vorgehensweisen für das Freisetzen, Fixieren und Gleichsetzen von Parametern in `Mplus` sind relativ ähnlich. Ein Teil der Syntax ist jeweils notwendig, um den entsprechenden Parameter eindeutig zu identifizieren, ein zweiter Teil der Syntax gibt an, wie `Mplus` mit dem ausgewählte Parameter umgehen soll.

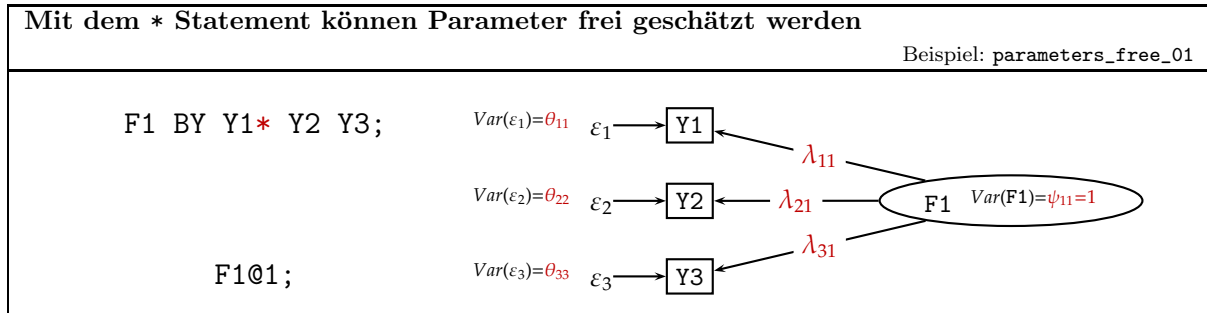
Die folgenden Beispiele sind systematisch geordnet. Für ein vollständiges Verständnis sind die im Abschnitt **Standardeinstellungen und automatische Ergänzungen** beschriebenen Grundeinstellungen von `Mplus` notwendig.

2.1 Freisetzen von Parametern

Parameter werden frei geschätzt, wenn sie auf Grund eines `WITH`-, `BY`- oder `ON`-Statements als Grundeinstellung frei zu schätzen sind oder wenn sie zusätzlich mit einem `*` als zu schätzender Parameter markiert werden.

Ladungen:

Im folgenden Beispiel wird die Ladung λ_{11} frei geschätzt, welche durch die Grundeinstellungen von Mplus normalerweise fixiert ist.³



Wie aus dem Beispiel ersichtlich ist, können **Ladungen** innerhalb des BY-Statements freigesetzt werden. Wie in den Abschnitten (...) und (...) gezeigt wird, können sie auch innerhalb des BY-Statements fixiert und gleichgesetzt werden.

Kovarianzen, Varianzen und Erwartungswerte / Intercepts:

Kovarianzen können durch die Erwähnung in einem WITH Statement freigesetzt werden. Durch Erwähnung und Fixierung können Kovarianzen innerhalb des WITH-Statements auch auf bestimmte Werte festgesetzt werden. Analog dazu können sie auch innerhalb des WITH-Statements zu anderen Kovarianzen gleichgesetzt werden.

Varianzen werden durch Erwähnung einer Variablen freigesetzt, fixiert oder gleichgesetzt. Erwartungswerte (bzw. Intercepts) werden durch Erwähnung in eckigen Klammern [...] freigesetzt, fixiert oder gleichgesetzt (siehe ausführlich ...).

2.2 Fixieren von Parametern

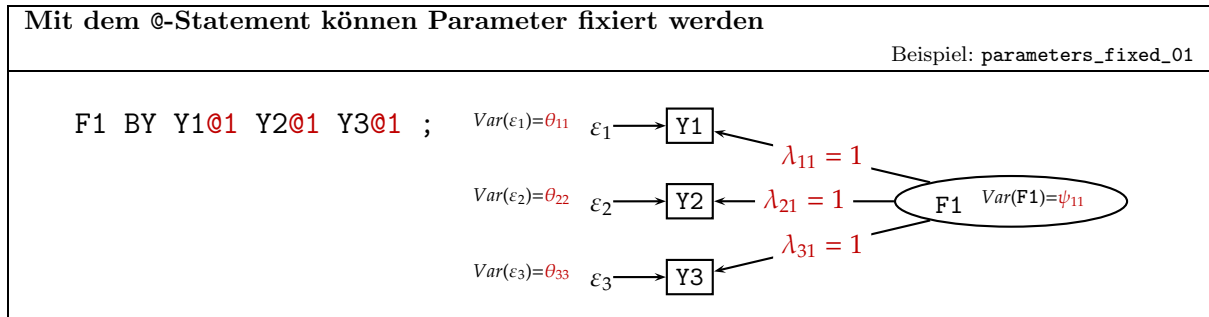
Soll ein Parameter nicht geschätzt werden sondern mit einem festen Wert verwendet werden, dann kann dies mit dem @-Statement zum "fixieren" von Parametern realisiert werden. Die Variable links vom @ wird dabei auf den Wert rechts vom @ festgesetzt.

Ladungen:

Im folgenden Beispiel werden die Ladungen der latenten Variablen F1 auf die Indikatoren Y1, Y2 und Y3 mit Hilfe der Ergänzung @1 des BY-Statements auf 1 fixiert⁴:

³Da λ_{11} die erste Ladung der latenten Variablen F1 ist, wird diese Ladung von Mplus automatisch auf 1 fixiert. Will man diese Ladung dennoch schätzen, muss a) die Varianz der latenten Variablen zur Identifikation auf 1 fixiert werden (siehe ...; F1@1;) und b) muss die hier beschriebene Syntax zum frei schätzen von Parametern verwendet werden.

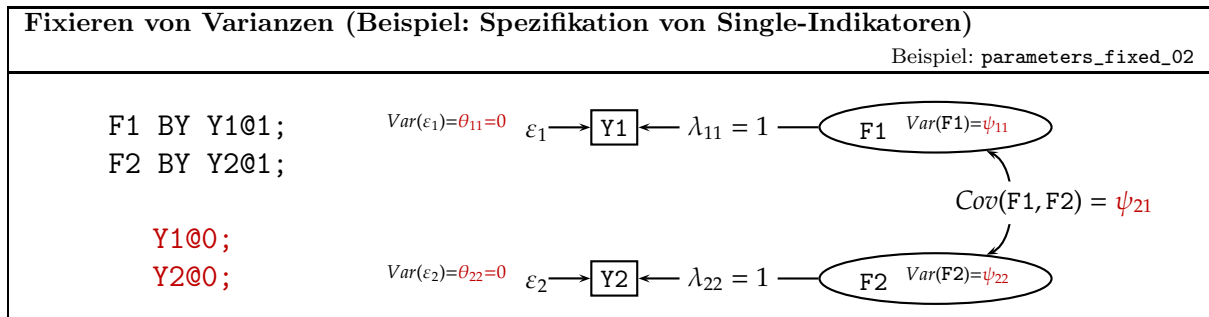
⁴Die erste Ladung von F1 auf Y1 ist per Grundeinstellung bereits auf 1 fixiert.



Fixiert werden können prinzipiell alle Arten von Parametern, d.h. Ladungen, Varianzen, Kovarianzen und Korrelationen sowie Erwartungswerte und Intercepts.

Varianzen:

Im Gegensatz zu Ladungen können Varianzen nicht innerhalb eines bereits besprochenen Statements fixiert werden. Um Varianzen von latenten Variablen, Varianzen von Residuen oder Varianzen von manifesten Variablen zu fixieren, wird die Variable in einem neuen Statement in einer zusätzlichen Zeile mit ihren Variablennamen erwähnt und es erfolgt direkt im Anschluss die Zuweisung zu dem Wert wieder mit Hilfe des @-Symbols:

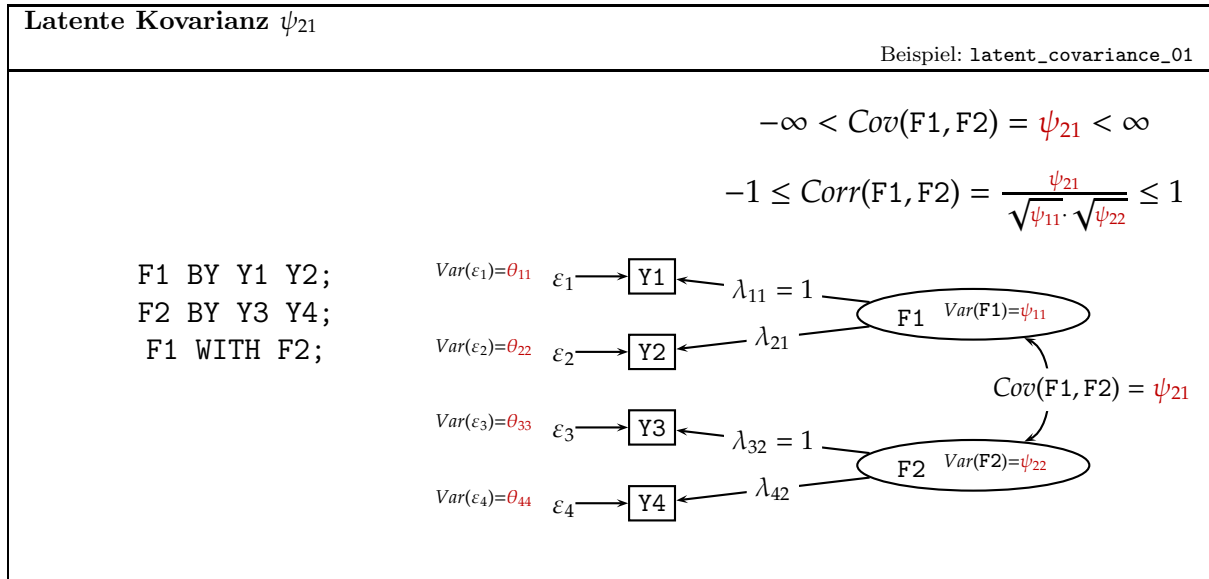


In diesem Beispiel wird sowohl Y1 mit F1 gleichgesetzt, als auch Y2 mit F2. Diese Gleichsetzung wird durch die Fixierung der beiden Ladungen $\lambda_{11} = 1$ und $\lambda_{22} = 1$ (im BY-Statement) sowie durch die Fixierung der Fehlervarianzen $Var(\varepsilon_1) = \theta_{11} = 0$ und $Var(\varepsilon_2) = \theta_{22} = 0$ mit den zusätzlichen Statements Y1@0; und Y2@0; erreicht.

Die geschätzte Kovarianz zwischen F1 und F2 (der Parameter ψ_{21} in dem dargestellten Mplus-Modell) entspricht der manifesten Kovarianz zwischen Y1 und Y2. Eine solche Identität von latenter und manifester Variablen wird als **Single-Indikator** bezeichnet.

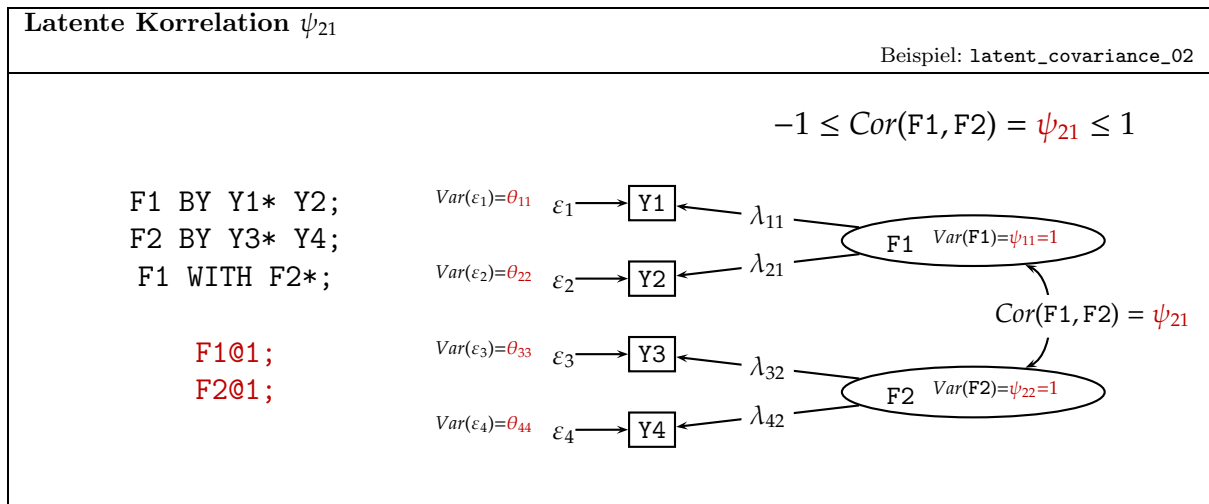
Kovarianzen / Korrelationen:

Kovarianzen und Korrelationen werden innerhalb des WITH-Statements fixiert. Bei Zusammenhängen, welche durch WITH spezifiziert werden, handelt es sich fast immer um Kovarianzen:



Für das Fixieren von Kovarianzen auf von Null verschiedene Werte gibt es in der Regel wenig Gründe.

Kovarianzen können jedoch als Korrelationen interpretiert werden, wenn die Varianzen der beiden beteiligten Variablen auf 1 fixiert sind, da $Corr(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{Std(X) \cdot Std(Y)} = Cov(X, Y)$, wenn $Std(Y) = Var(Y) = 1$ und $Std(X) = Var(X) = 1$.



Da eine auf 1 fixierte Korrelation im Vergleich zu einer auf 1 fixierten Kovarianz interpretierbar ist, kommt dieser Modellspezifikation v.a. in der konfirmatorischen Faktorenanalyse eine besondere Bedeutung zu (siehe ...).

Die Fixierung der Varianzen (und damit die Änderung der Interpretation der Kovarianz zwischen

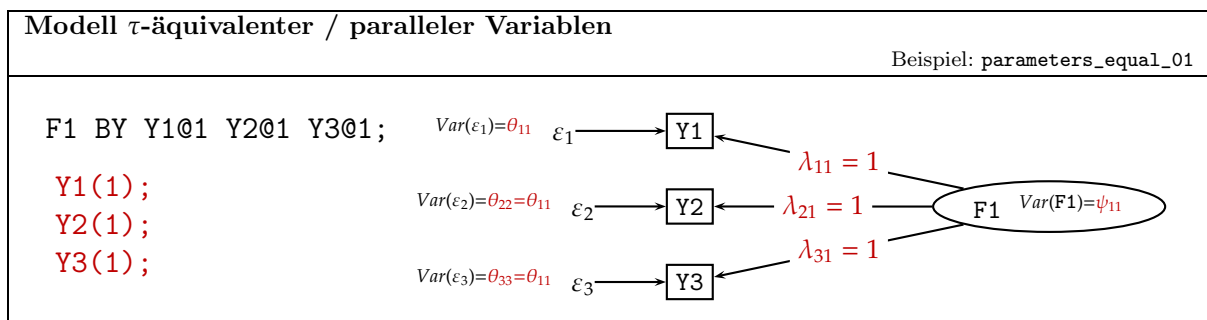
F1 und F2) werden durch die Statements F1@1; und F2@1 erreicht.

2.3 Gleichsetzen von Parametern

Um zu spezifizieren, dass mehrere frei zu schätzende Parameter auf den gleichen Wert geschätzt werden, bietet Mplus folgende Syntax:

Man schreibt in Klammern hinter den Parameter eine Zahl (Konstrainsnummer) oder einen Parameternamen. Alle Parameter mit der gleichen Konstrainsnummer bzw. dem gleichen Parameternamen werden dann auf den gleichen Wert restringiert. Wenn Parameter durch Zahlen gleichgesetzt werden, dann wird üblicherweise ein Zähler für die Parameterkonstraints verwendet.

Folgendes Beispiel soll dies verdeutlichen. Betrachten wir zunächst die Implikationen eines Modell paralleler Tests mit drei Indikatoren / Testwertvariablen Y1, Y2 und Y3 für die Kovarianzstruktur:

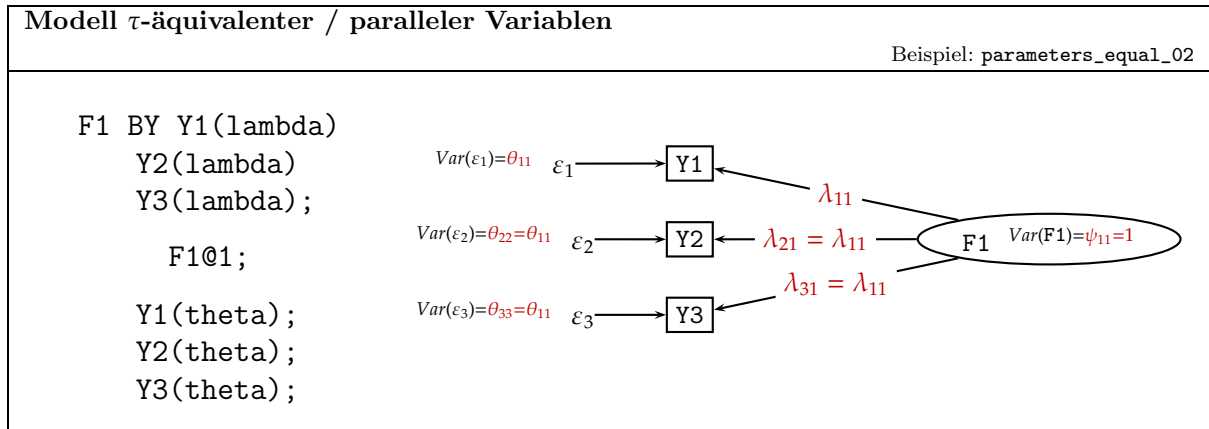


In diesem Modell werden die bereits bekannten BY-Statements verwendet, um die latente Variable F1 zu spezifizieren. Innerhalb dieses Statements werden alle Ladungen auf 1 fixiert.

Mit den Statements Y1(1);, Y2(1); und Y3(1); werden die Varianzen der Indikatoren angesprochen. Da diese Indikatoren jeweils durch eine latente Variable erklärt werden (in allen drei Fällen F1) wird automatisch die Varianz des Residuums adressiert (siehe...). In diesem Beispiel werden die Fehlervarianzen jedoch – wie für das Modell paralleler Tests verlangt – als ein gemeinsamer Parameter geschätzt. Diese Gleichsetzung wird durch die gleiche **Konstrainsnummer** (1) hinter jeder (Fehler-)Varianz erreicht.

Im Pfaddiagramm ist dieser Sachverhalt dadurch verdeutlicht, dass für $Var(\epsilon_2) = \theta_{22} = \theta_{11}$ und $Var(\epsilon_3) = \theta_{33} = \theta_{11}$ jeweils angegeben ist, dass der entsprechende Parameter gleich mit θ_{11} ist.

Alternativ zu Parameternummern kann die Gleichsetzung von Parametern in Mplus auch durch **Parameternamen** erfolgen. Diese alternative soll noch einmal an Hand des Modells paralleler Tests für drei Testwertvariablen verdeutlicht werden. Im folgenden Beispiel werden jedoch nicht nur die Fehlervarianzen gleichgesetzt (bezeichnet als **theta** sondern es werden auch die Ladungen frei, aber gleich geschätzt (Parametername **lambda**). Damit dieses Modell weiterhin dem Modell paralleler Tests (auf Kovarianzebene) entspricht wird zusätzlich die Varianz der latenten Variablen $Var(F1) = \psi_{11} = 1$ fixiert.



In diesem Beispiel werden die Ladungen durch den gemeinsamen Parameternamen `lambda` gleichgesetzt⁵.

Es ist wichtig zu bemerken, dass in jeder Zeile der Syntax jeweils nur eine Gleichsetzung eines Parameters über einen Parameternamen oder eine Konstrainsnummer erfolgen darf.

Die Zeile `F1 BY Y1(lambda) Y2(lambda);` funktioniert nicht und Mplus gibt statt dessen eine Fehlermeldung aus. Das gleiche Kommando aufgeteilt auf zwei Zeilen:

```

F1 BY Y1(lambda)
Y2(lambda);
                    
```

versteht Mplus hingegen tadellos.

Analog zur Fixierung und Freisetzung von Parametern gilt für beide Varianten der Gleichsetzung von Parametern,

- dass die Spezifikation von **Ladungen** innerhalb des `BY`-Statementents erfolgt,
- dass ein Zugreifen auf **Varianzen** bzw. Fehlervarianzen durch einfache Nennung der Variablen möglich ist und dass
- **Kovarianzen** bzw. Korrelationen mit Hilfe des `WITH`-Statements beeinflusst werden können.

Erwartungswerte und Intercepts:

Wenden wir uns nun detailliert der Spezifikation von **Erwartungswerten** und Intercepts zu und betrachten wir dazu die implizierte Erwartungswertstruktur des Modells paralleler Tests mit drei Indikatoren⁶.

Der Erwartungswert von `Y1` ist der mit λ_{11} gewichtete Erwartungswert von `F1` plus ein Intercept. Dieses Intercept einer manifesten Variablen erhält in Mplus die Parameterbezeichnung ν , also ν_1 für `Y1`; ν_2 für `Y2` usw. Aus dem Modell paralleler Tests folgt für die Erwartungswerte der

⁵Die Freisetzung der normalerweise fixierten ersten Ladung geschieht automatisch.

⁶Alle Modelle dieses Kapitels sind, wenn nicht anders vermerkt als Modelle ausschließlich für die Varianz-Kovarianz-Matrix spezifiziert. Um ein Modell mit Erwartungswert- bzw. Mittelwertsstruktur zu analysieren, muss in der Mplus - Syntax im Abschnitt `ANALYSIS` die Option `TYPE IS MEANSTRUCTURE` angegeben sein.

Testwertvariablen, dass diese für alle Indikatoren gleich sind. Es gibt hierfür zwei äquivalente Formen, der Spezifikation: Entweder alle Intercepts werden auf Null fixiert und der Erwartungswert von F1 wird frei geschätzt oder der Erwartungswert von F1 wird auf Null fixiert, und alle Intercepts der Indikatoren werden frei, aber gleich geschätzt.

Die Syntax zur Spezifikation von Erwartungswerten und Intercepts erfolgt analog zu der von Varianzen durch einfache Nennung der Variablen gefolgt von dem gewünschten Kommando (@, * oder (Parameternummer/Parametername)). Allerdings erfolgt die Nennung der Variablen in eckigen Klammern ([...]).

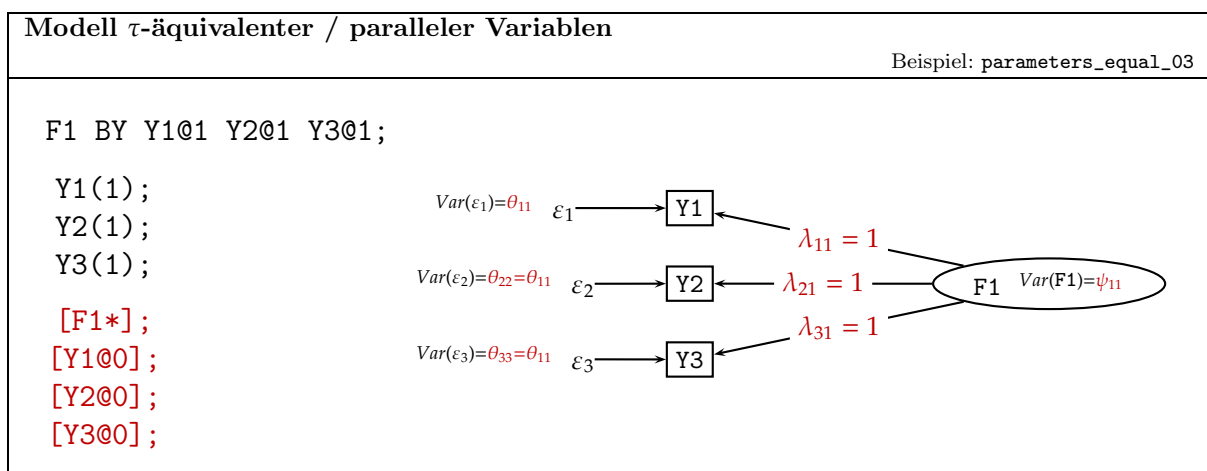
Um den Erwartungswerte der latenten Variablen F1 frei zu schätzen, verwendet man beispielsweise folgende Syntax:

[F1*];

Um nun zusätzlich die Intercepts der manifesten Variablen auf Null zu fixieren, benötigt man zusätzlich:

[Y1@0]; (für alle manifesten Variablen).

Zusammengefasst zu einem um die implizierte Mittelwertsstruktur ergänzten Modells τ -äquivalenter / paralleler Variablen ergibt sich:

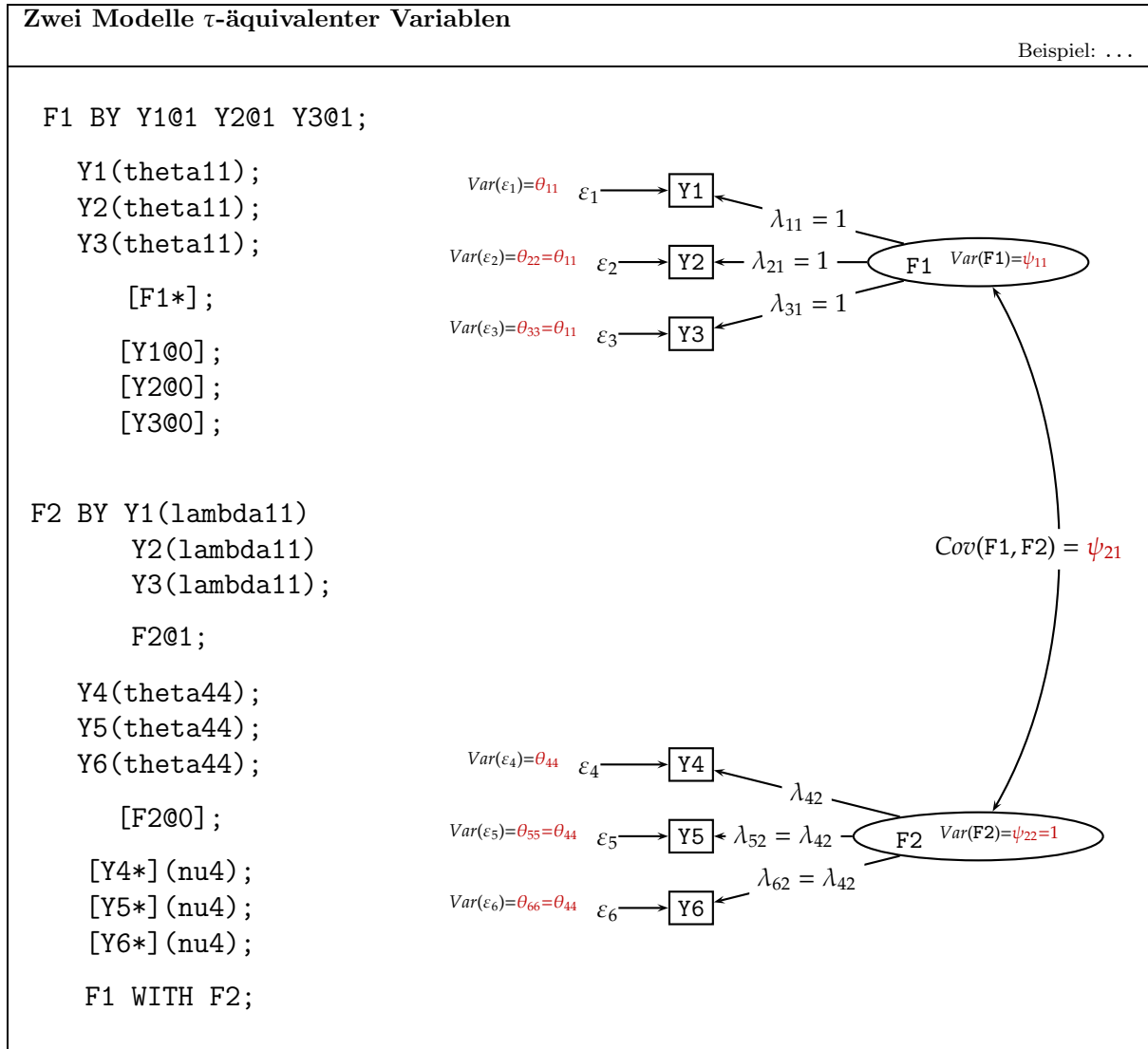


Wie bereits erwähnt könnte alternativ die Mittelwertsstruktur eines Modells paralleler Tests auch durch eine Gleichsetzung der Intercepts der manifesten Variablen ([Y1] (nu1), [Y2] (nu1) und [Y3] (nu1)) und eine Fixierung des Erwartungswerts von F1 ([F1@0];) erfolgen.

Für die Gleichsetzung von Parametern ist es unerheblich, ob eine eindeutige Parameternummer oder ein eindeutiger Parametername verwendet wird!

Da die Lesbarkeit der Modelle durch die Verwendung von sinnvollen und eindeutigen Parameternamen erhöht wird, verwenden wir wenn möglich diese Variante.

Zum Abschluß dieses Abschnitts noch ein Beispiel, in dem alle vorgestellten Varianten der Gleichsetzung von Parametern enthalten sind:

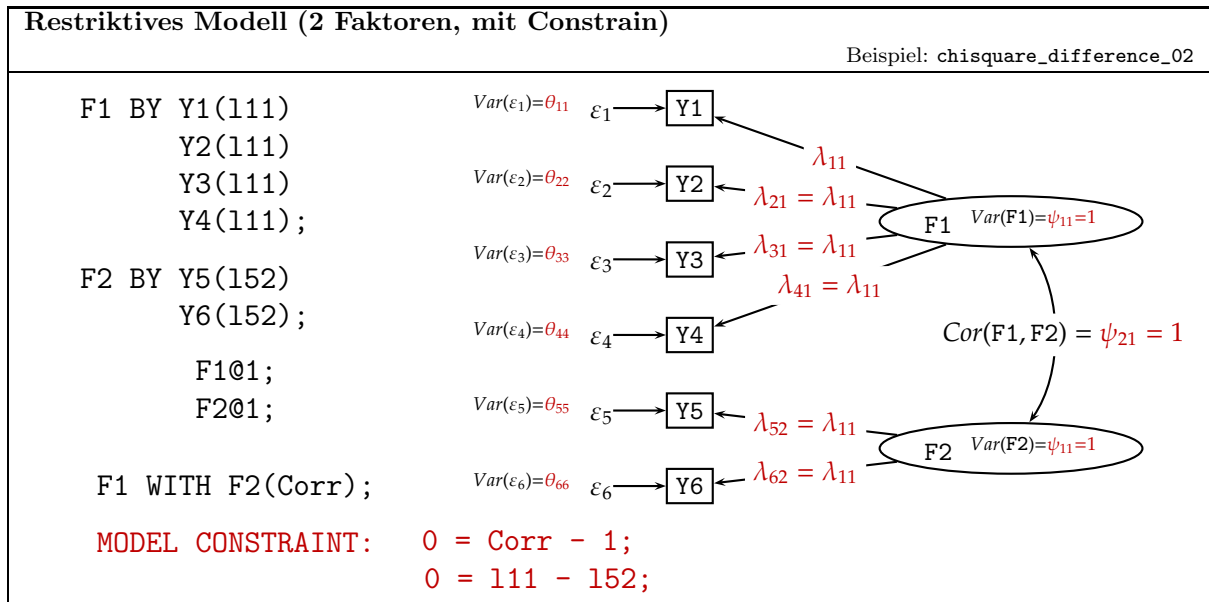
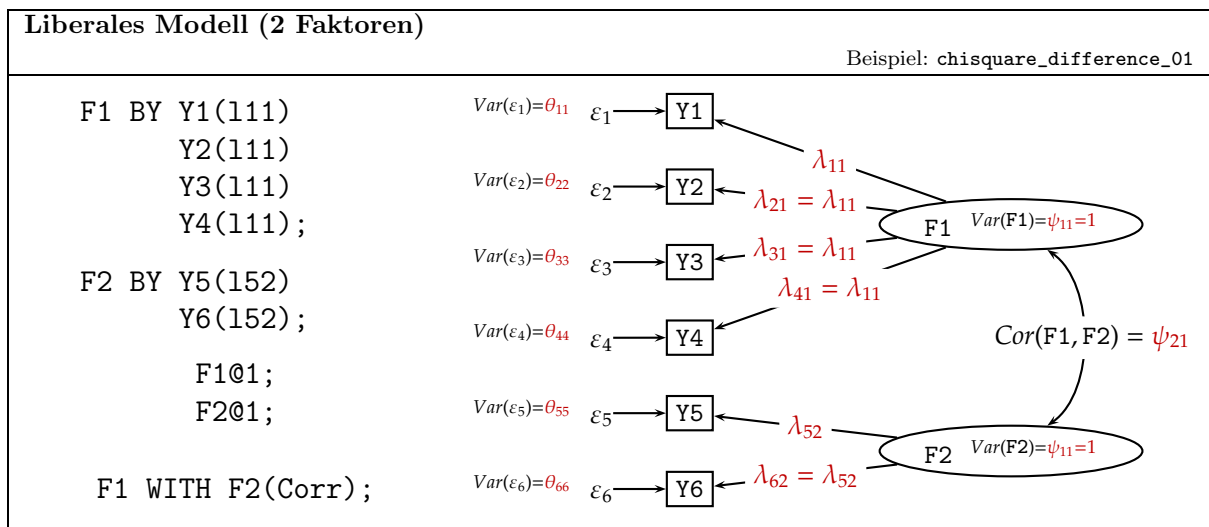


3 Spezielle Modellspezifikationen

3.1 Vergleich genesteter Faktorstrukturen

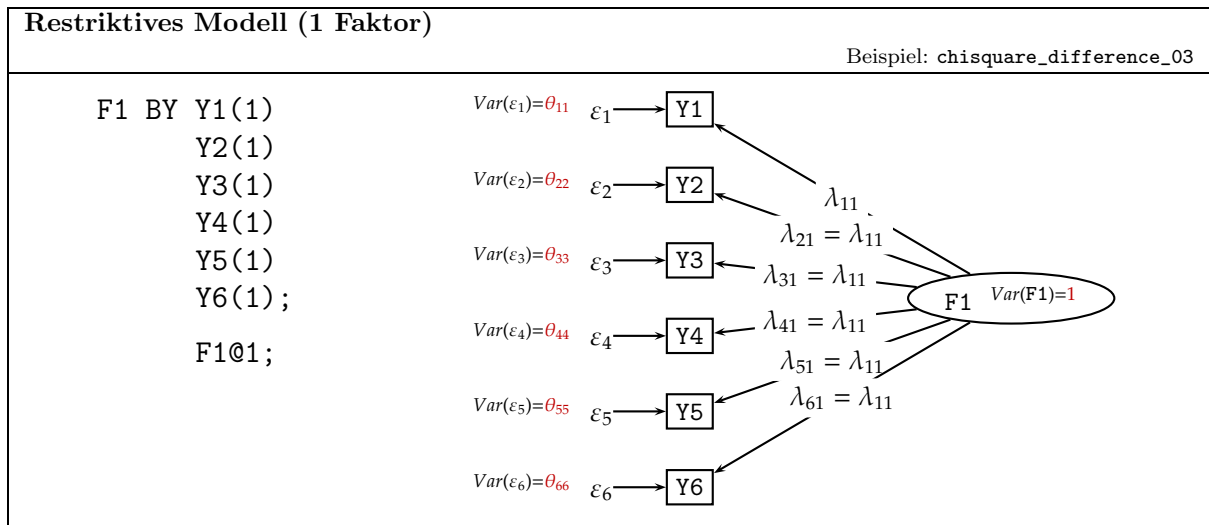
Das folgende etwas ausführlichere Beispiel erklärt den Sachverhalt, warum auf 1 restringierte Korrelationen eine besondere Rolle für die konfirmatorische Faktorenanalyse einnehmen.

Die Testwertvariablen Y1, Y2, Y3 und Y4 sollen einen gemeinsamen Faktor F1 bilden. Ebenso wird den Testwertvariablen Y5 und Y6 unterstellt, dass sie gemeinsam auf den Faktor F2 laden. Um zu prüfen, ob die gewünschte Faktorstruktur falsifiziert werden kann, sollen zwei Modelle geschätzt werden: A) ein Modell, welches der zweifaktoriellen Struktur entspricht und b) ein einfachstrukturierteres Modell, welches einem gemeinsamen Faktor annimmt. Für den inferenzstatistischen Modellvergleich (χ^2 -Differenzentest) ist es notwendig, dass die beiden Modelle durch Restriktion eines oder mehrerer Parameter ineinander überführt werden können.⁷



⁷Um das Modell einfach zu halten, ist es ohne Mittelwerte und als Modell essentiell τ -äquivalenter Tests formuliert!

Wie zu sehen ist, kann dieses Modell durch die **Restriktionen** $\psi_{21} = 1$ und $\lambda_{52} = \lambda_{11}$ in ein essentiell τ -äquivalentes Modell mit nur einem Faktor überführt werden. Daraus ergibt sich, dass folgendes untenstehendes Modell in obenstehendes *genestet* ist.



3.2 Pfaddiagramm und auf Null fixierte Parameter

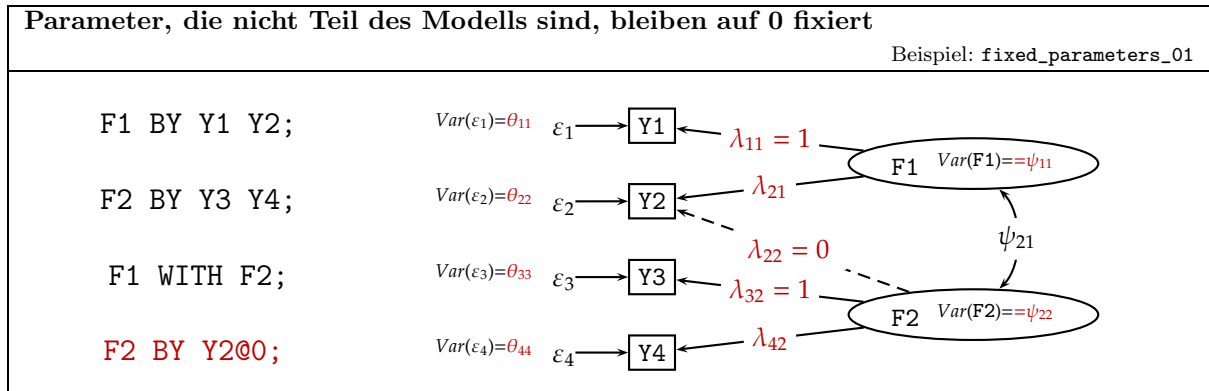
Parameter, welche auf Null fixiert sind, werden üblicherweise nicht im Pfaddiagramm dargestellt. Da `Mplus` aber immer die gleiche Matrixrepräsentation des Strukturgleichungsmodells verwendet, gibt es eine Vielzahl von auf Null fixierten Parametern.

Im folgenden wird dies am Beispiel von Ladungen verdeutlicht. Angenommen den Testwertvariablen **Y1** und **Y2** liegt ein gemeinsamer Faktor **F1** zu Grunde. Dazu wird eine latente Variable mit dem `BY`-Statement gebildet. Im Gleichen Modell sollen ebenfalls die Testwertvariablen **Y3** und **Y4** modelliert werden. Diese bilden für sich wieder einen gemeinsamen Faktor **F2**. Schließlich seien die beiden Faktoren **F1** und **F2** korreliert.

Die Testwertvariable **Y2** lädt aber für sich genommen nicht auf den Faktor **F2**, d.h. die empirische Kovarianz zwischen der Testwertvariablen **Y2** und den Testwertvariablen **Y3** und **Y4** sollen ausschließlich über die Kovarianz $Cov(F1, F2) = \psi_{21}$ erklärt werden.

Aus dieser Beschreibung folgt ein Modell, in dem der Pfad λ_{22} , d.h. der (partielle) Regressionskoeffizient für die Regression von **Y2** auf **F2** auf den Wert Null fixiert ist. Tatsächlich kommt λ_{22} in der Matrixdarstellung des Modells vor (siehe ...). Er ist auf Grund der Modellspezifikation mit Hilfe der beiden `BY`-Statements a) Null und wird b) nicht geschätzt.

Fügt man eine vierte Zeile in die Modellspezifikation ein, welche (wenngleich überflüssig) diese Fixierung auf Null noch einmal zum Ausdruck bringt (`F2 BY Y2@0`), ändert sich das Modell nicht!



Normalerweise lässt man auf Null fixierte Parameter im Pfaddiagramm weg.

Ganz analog könnte man in diesem Modell weitere Parameter, welche ohnehin auf Null fixiert sind mit einem zusätzlichen @0 Statement explizit erwähnen, ohne dass sich die vom Modell implizierte Varianz-Kovarianz-Matrix und damit die Parameterschätzungen und der Fit des Modells ändern würden, z.B.

- die Regression von F1 auf F2: F1 ON F2@0 oder
- die Kovarianz zwischen Residuen, z.B. Y1 WITH Y4@0

Es soll auch erwähnt werden, dass auch eine (erneute) Freisetzung von bereits frei geschätzten Parametern ohne Einfluss auf die Modellschätzung bleibt. Für das dargestellte Beispiel wäre es beispielsweise ebenfalls denkbar, das überflüssige Statement Y1*; hinzuzufügen. Mit diesem Statement wird die Varianz der Testwertvariablen Y1 angesprochen. Da diese Variable Indikator für eine latente Variable ist und deshalb ein Residuum besitzt, ist dabei die an Y1 nicht erklärte Varianz angesprochen, also die Varianz des Residuums ϵ_1 . Dieses Residualvarianz wird durch das Statement F1 BY Y1 Y2; bereits als zu schätzender Parameter spezifiziert (θ_{11}). Das Statement Y1*; ist deshalb überflüssig, aber nicht schädlich.

4 Standardeinstellungen und automatische Ergänzungen

In diesem Abschnitt wird vorgestellt, welche Standardeinstellungen von Mplus verwendet werden. Zu Beginn eine Übersicht:

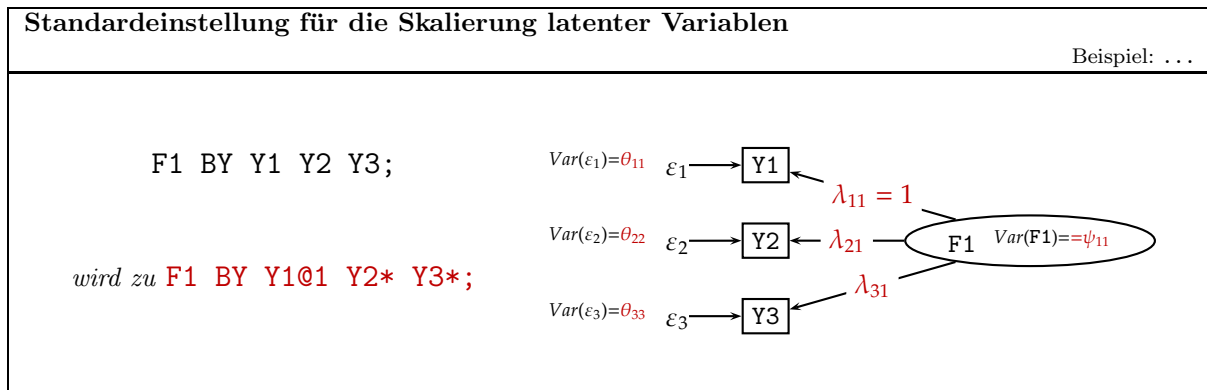
- automatische Skalierung latenter Variablen
- korrelierte Residuen endogener manifester Variablen
- korrelierte Residuen endogener latenter Variablen
- korrelierte exogene latente Variablen
- Standardeinstellungen für die Erwartungwertstruktur

4.1 Automatische Skalierung latenter Variablen

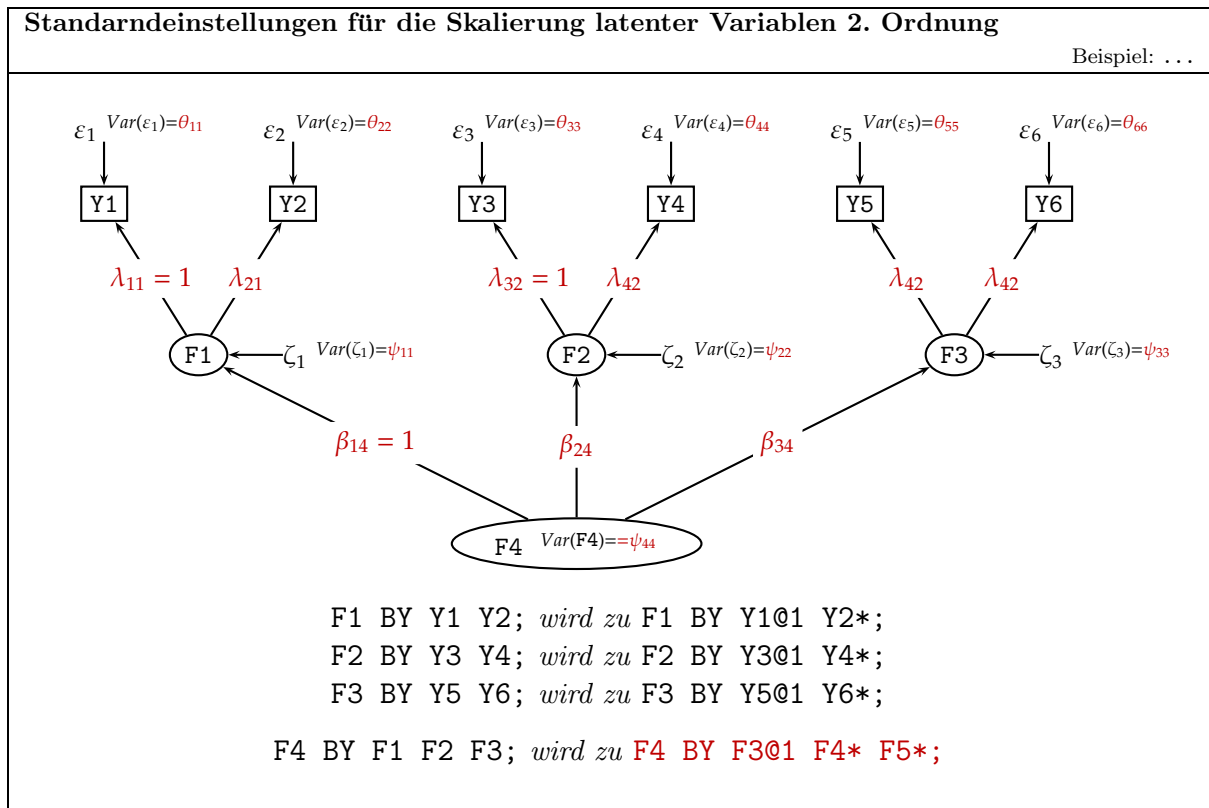
Wenn mit dem BY-Statement ein Messmodell spezifiziert wird, dann muss auch immer a) eine Ladung oder b) die Varianz der latenten Variablen fixiert werden, damit die Skalierung der latenten Variablen eindeutig festgelegt ist.

Mplus setzt deshalb automatisch die erste Faktorladung jedes Faktors auf 1!

Wird beispielsweise eine latente Variable F1 durch die Indikatoren Y1, Y2 und Y3 gemessen, und wird dieser Zusammenhang mit dem Statement `F1 BY Y1 Y2 Y3;` spezifiziert, dann wird dieses Statement automatisch zu `F1 BY Y1@1 Y2* Y3*;` ergänzt:



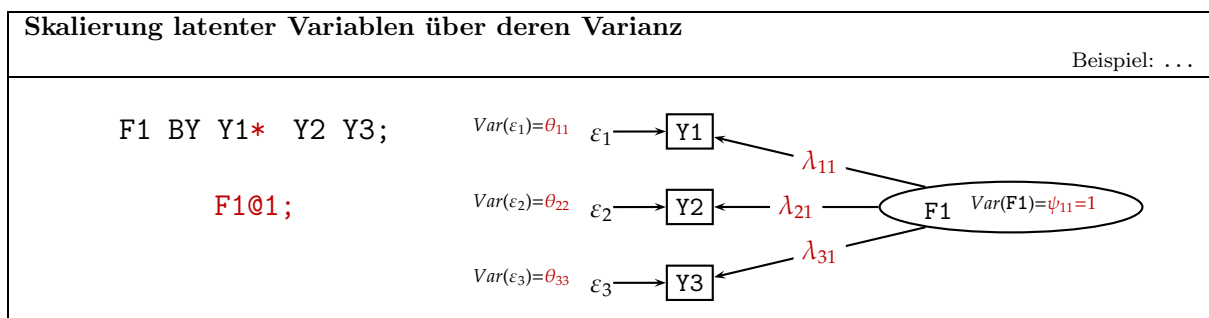
Diese Standardeinstellung gilt ebenfalls für Faktoren auf 2. Ordnung. Auch hier wird automatisch die erste Ladung (d.h. der Pfad auf die erste latente Variable in dem BY-Statement) auf 1 fixiert:



Will man eine latente Variable jedoch über deren Varianz skalieren, also alle Ladungen frei schätzen und die Varianz auf einen festen Wert (idR. 1) fixieren, so muss man:

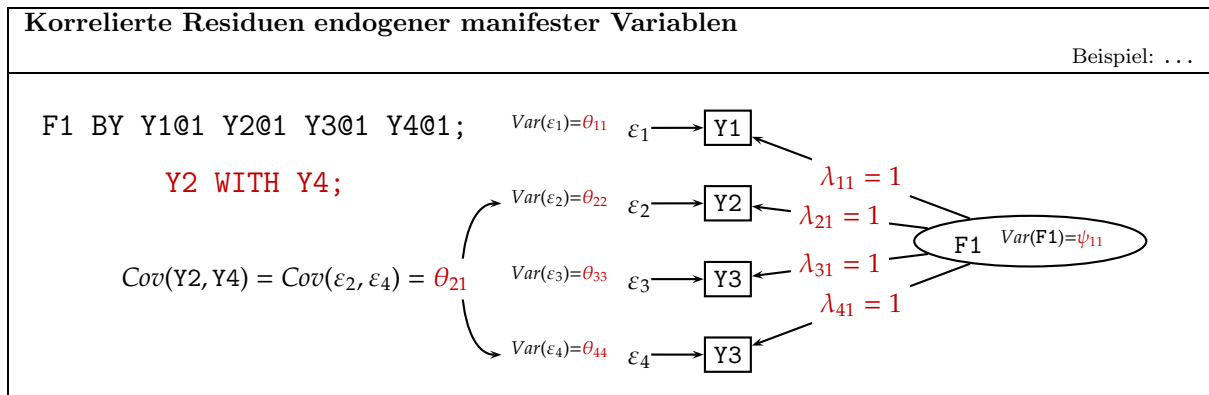
- Die erste Ladung des BY-Statements mit einem * versehen, d.h. sie explizit frei schätzen.
- Die Varianz der latenten Variablen zusätzlich mit einem @1-Statement fixieren.

Im folgenden Beispiel ist dies für ein Modell τ -kongenerischer Variablen veranschaulicht:



4.2 Korrelierte Residuen endogener manifester Variablen

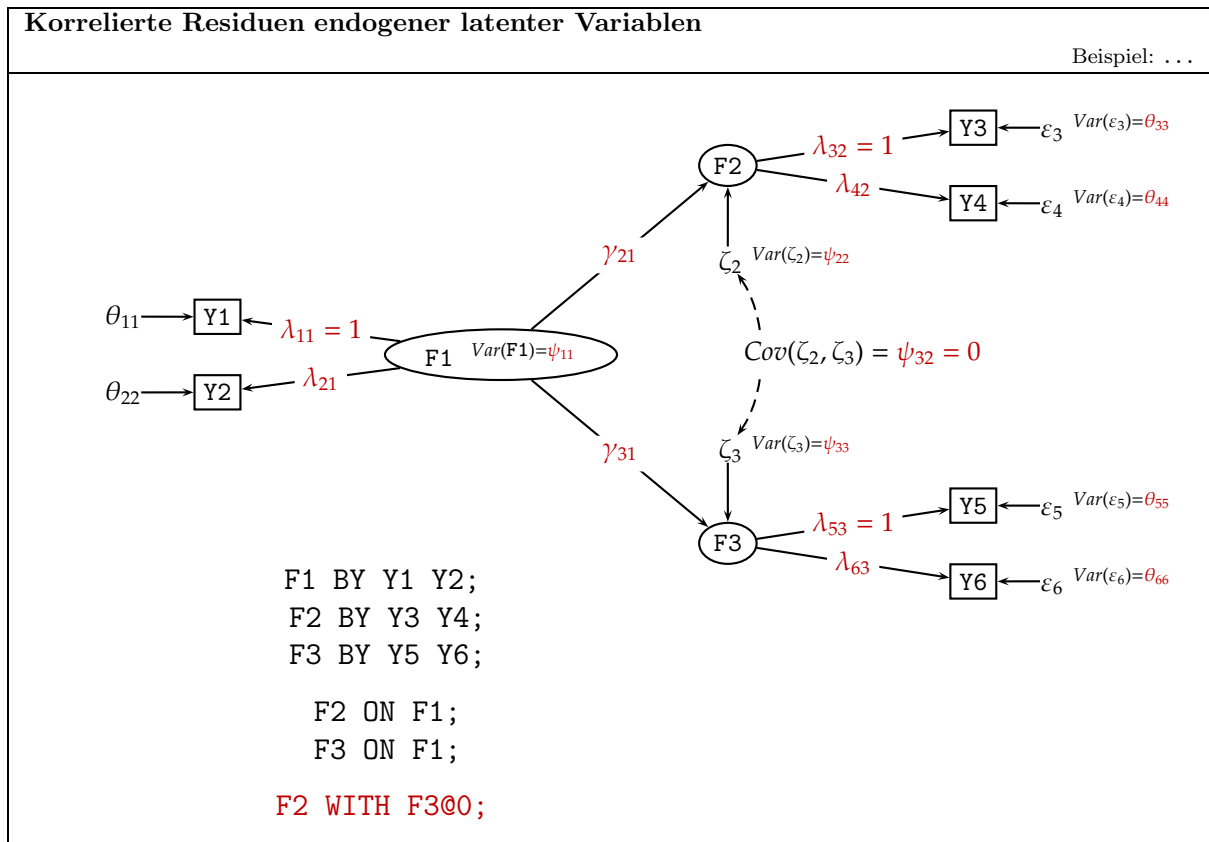
Wenn Korrelationen zwischen Variablen spezifiziert werden, auf die bereits ein gerichteter Effekt (ON oder BY) spezifiziert ist, werden automatisch die Residuen korreliert.



Diese Eigenschaft gilt ebenfalls für latente Variablen, welche durch andere Variablen erklärt werden (latente endogene Variablen). Auch hier werden automatisch die Residuen korreliert, wenn ein ungerichteter Zusammenhang zwischen latenten endogenen Variablen spezifiziert wird.

4.3 Korrelierte Residuen endogener latenter Variablen

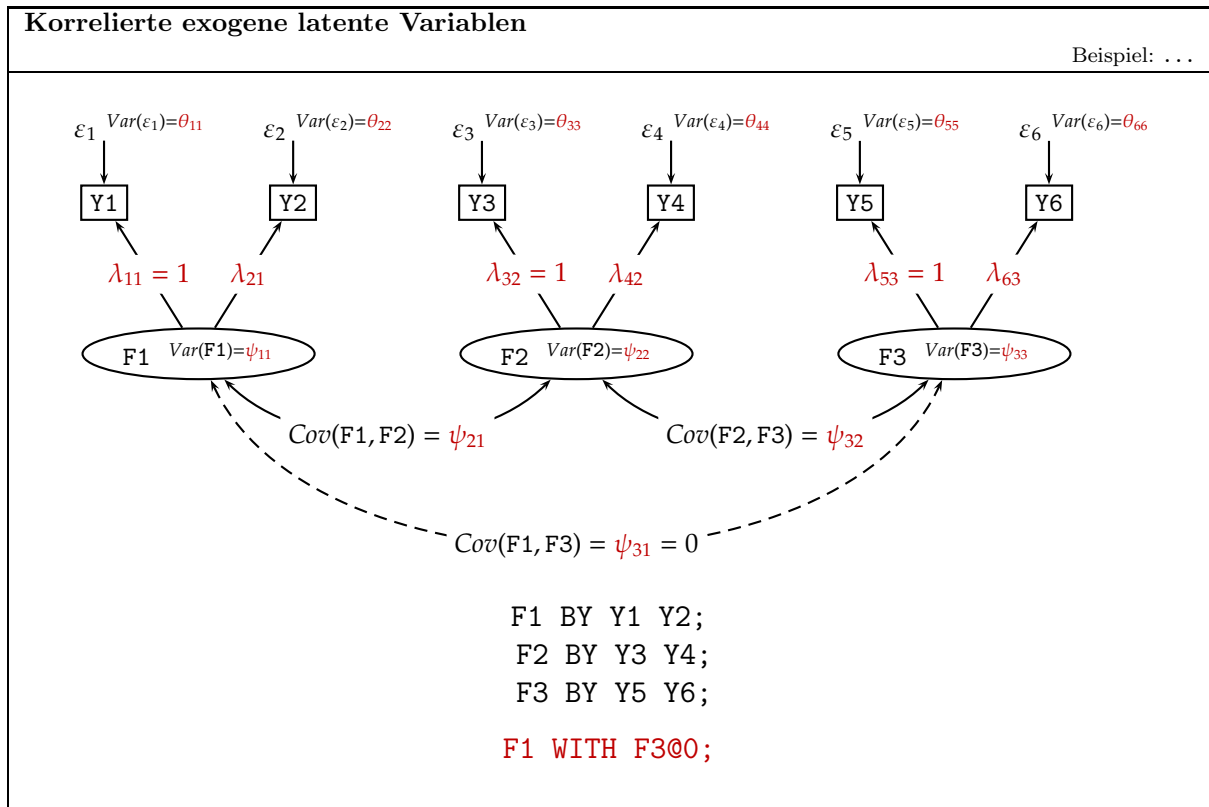
Die Residuen aller endogenen latenten Variablen sind korreliert. Unkorrelierte Residuen müssen ebenfalls durch Fixierung "erzwingen" werden.



In diesem Beispiel werden die latenten Variablen F2 und F3 jeweils durch ihre Regression auf F1 (F2 ON F1; und F3 ON F1;) zu endogenen, also weiter erklärten latenten Variablen. Dadurch wird automatisch die Kovarianz zwischen den Residuen ($Cov(\zeta_2, \zeta_3)$) frei geschätzt. Mit dem zusätzlichen Statement F2 WITH F3@0; kann diese Standardeinstellung überschrieben werden.

4.4 Korrelierte exogene latente Variablen

Als Standardeinstellung werden zwischen allen nicht weiter erklärten latenten Variablen bzw. genauer gesagt zwischen allen exogenen latenten Variablen) freie Kovarianzen / Korrelationen geschätzt.



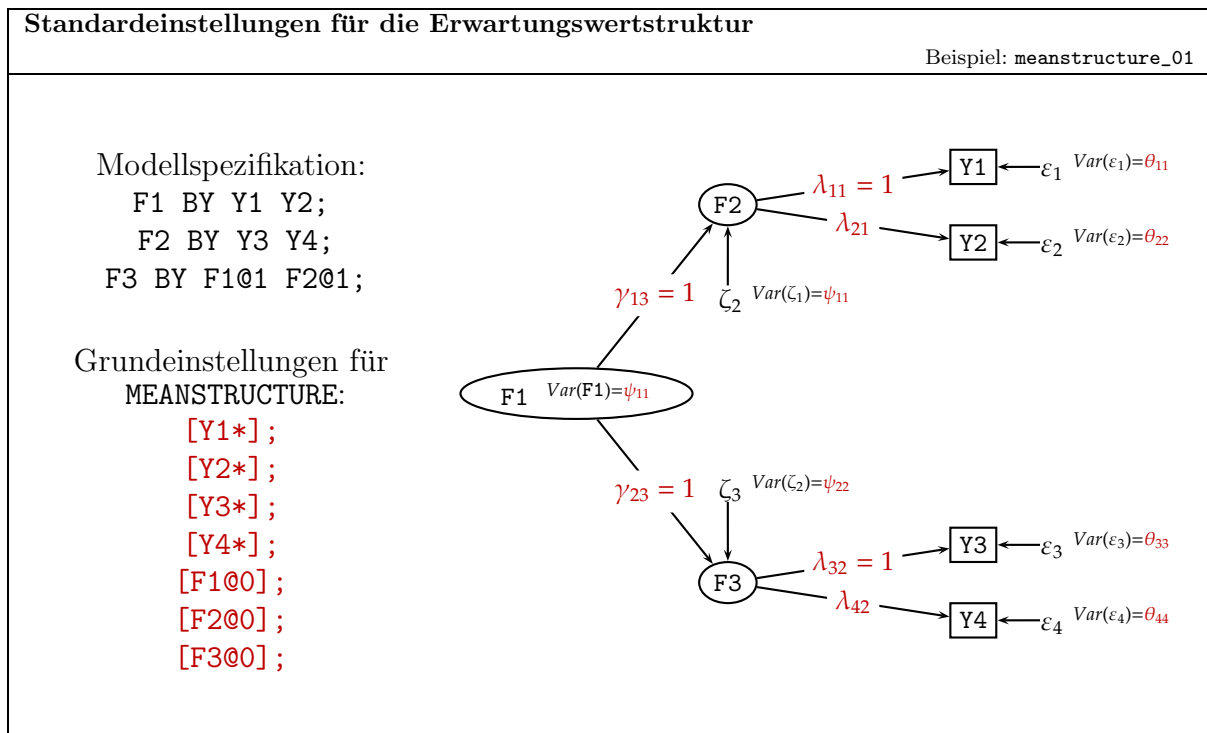
Will man die Faktoren unkorreliert erzeugen, so muß man diese Kovarianz / Korrelationen von Null durch ein Parameterkonstrains "erzwingen". Im obigen Beispiel setzt Mplus die Kovarianzen zwischen F1, F2 und F3 automatisch frei. Durch die Zeile F1 WITH F3@0; wird die Kovarianz $Cov(F1, F3)$ auf Null fixiert (d.h. $\psi_{31} = 0$). Die Parameter ψ_{21} (Kovarianz zwischen F1 und F2) sowie ψ_{32} (Kovarianz zwischen F2 und F3) werden jedoch weiterhin geschätzt.

4.5 Standardeinstellungen für die Erwartungswertstruktur

Die Erwartungswertstruktur von Strukturgleichungsmodellen wird im **Mplus** nur mitgeschätzt, wenn in dem Abschnitt **ANAYSIS TYPE IS MEANSTRUCTURE** angegeben ist. Verwendet man diese Option, ohne Restriktionen über die Erwartungswertstruktur des Modells zu machen werden:

- die Intercepts aller manifester Variablen frei geschätzt,
- die Intercepts aller endogener latenter Variablen auf Null fixiert und
- die Erwartungswerte aller exogener latenter Variablen auf Null fixiert.

Durch diese Standardeinstellung wird sichergestellt, dass bei einem Modell ohne spezifizierte Erwartungswertstruktur mit und ohne die Option **MEANSTRUCTURE** die selben Parameterschätzer und ein äquivalenter Modellfit errechnet wird.



An diesem Beispiel soll abschließend die Unterscheidung in Intercept und Erwartungswert an Hand der **Mplus**-Syntax verdeutlicht werden.

Prinzipiell wird in **Mplus** die gesamte Erwartungswertstruktur für Strukturgleichungsmodelle mit kontinuierlichen latenten und kontinuierlichen manifesten Variablen in nur zwei Vektoren dargestellt. Der Vektor ν beinhaltet die Intercepts der manifesten Variablen; der Vektor α beinhaltet die Intercepts der latenten Variablen.

In dem dargestellten Modell kann man die einzelnen Element von ν und α wie folgt zuordnen:

- ν_1 ist das Intercept der Regression von Y1 auf F2
- ν_2 ist das Intercept der Regression von Y2 auf F2

- ν_3 ist das Intercept der Regression von Y3 auf F3
- ν_4 ist das Intercept der Regression von Y4 auf F3
- α_1 ist der Erwartungswert von F1
- α_2 ist das Intercept der Regression von F2 auf F1
- α_3 ist das Intercept der Regression von F3 auf F1

Das Intercept einer Variablen im Mplus-Modell entspricht immer dann dem Erwartungswert der Variablen, wenn diese entweder exogen ist, oder wenn alle erklärenden Variablen den Erwartungswert Null haben.